

Medição de ângulos

PROF.^a ENG. CIVIL PATRÍCIA ANDRADE

Operações fundamentais para a medição de ângulos

Para realizar uma medição acurada dos ângulos, é preciso observar uma série de procedimentos no levantamento em campo:

⊕ **Estacionamento**: posicionamento do teodolito sobre a estaca;

⊕ **Nivelamento**: garante a verticalidade do eixo principal;

Operações fundamentais para a medição de ângulos

- ⊕ **Orientação**: definir a direção do “zero”, a origem de leitura dos ângulos horizontais pelo
 - Norte verdadeiro
 - Norte magnético
 - ou por uma direção arbitrária conhecida (por exemplo, um referencial fixo), por ré (direção da estaca anterior) ou por vante (estaca posterior);

Operações fundamentais para a medição de ângulos

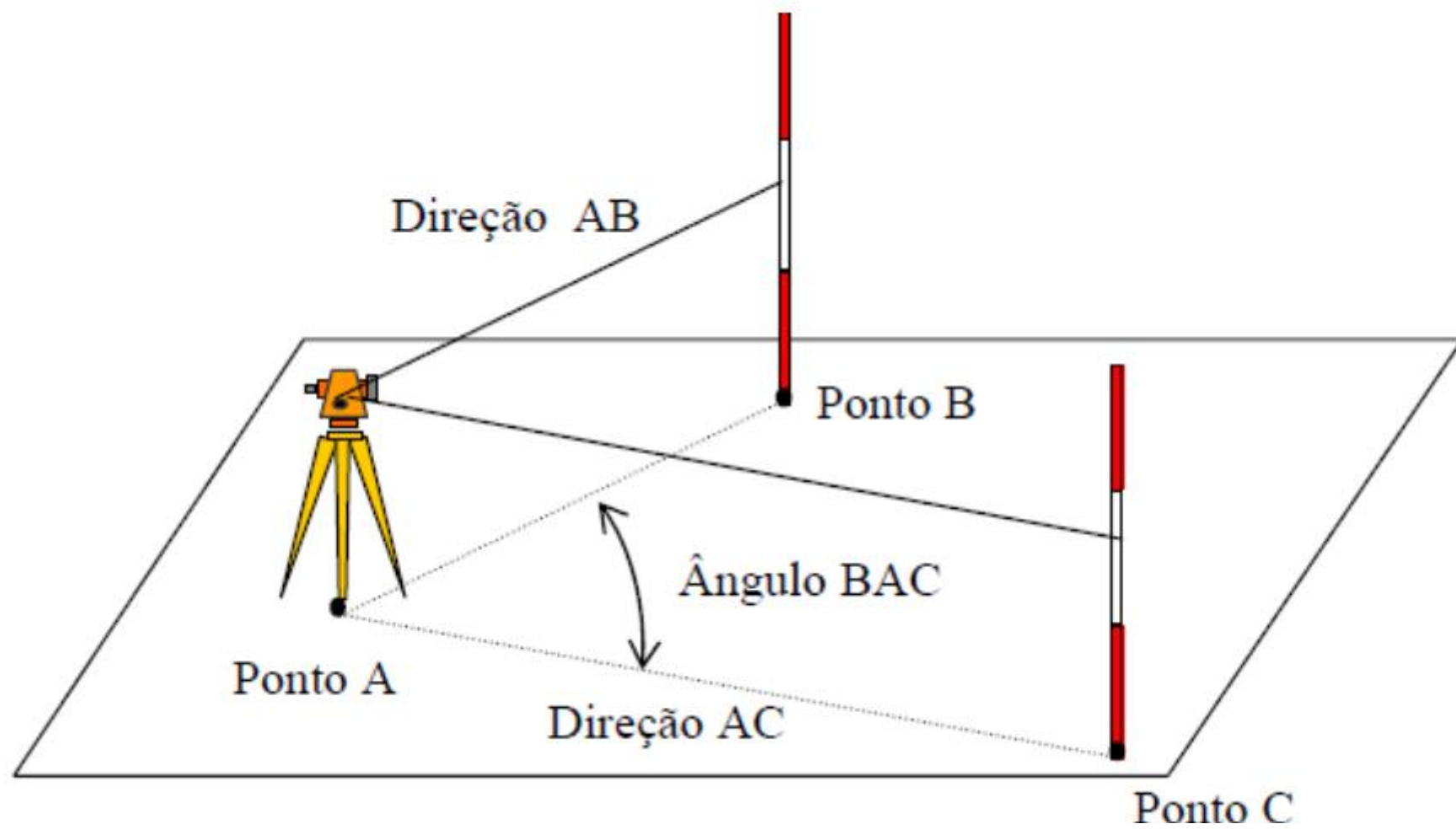
⊕ **Colimação do ponto**: centralização do ponto visado no retículo da luneta, rotacionando-a na horizontal e na vertical;

⊕ **Registro das Leituras**: ângulos vertical e horizontal e distância de um ponto colimado.

DEFINIÇÕES

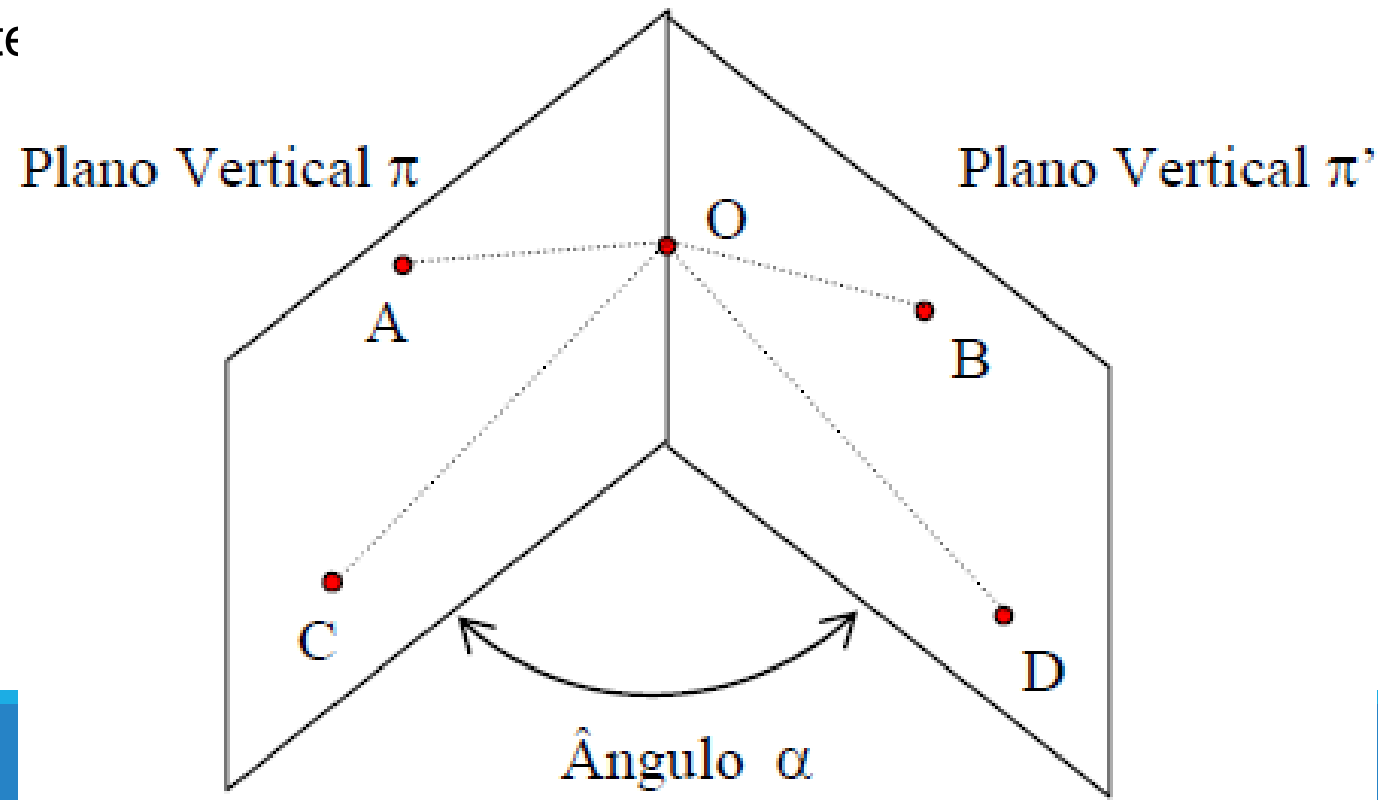
Ré ⇒ Visada no sentido contrário ao do caminhamento.

Vante ⇒ Visada no sentido do caminhamento.



MEDIÇÃO DE DIREÇÕES

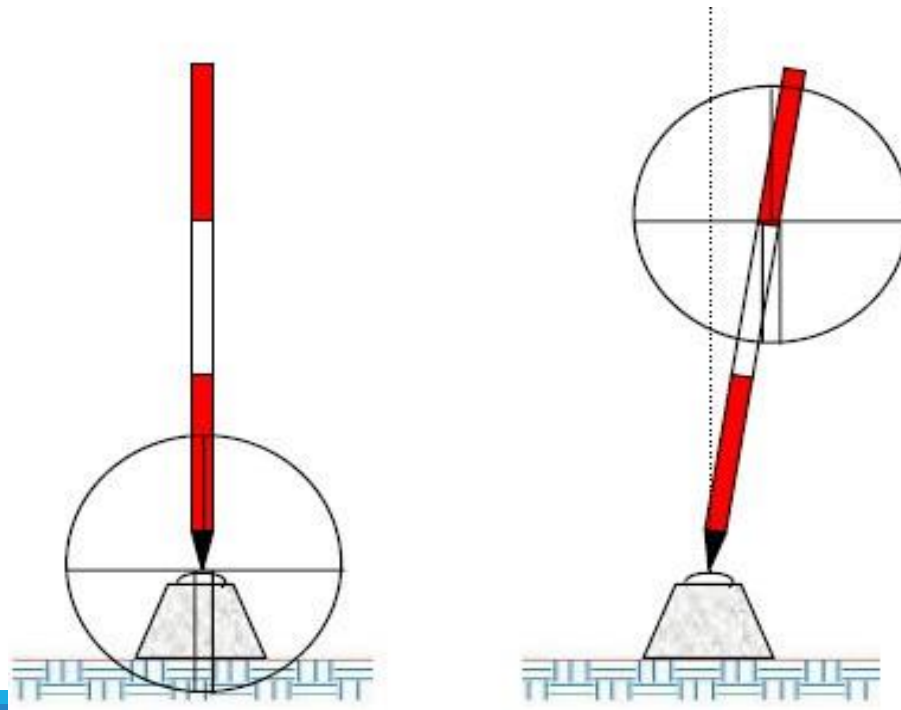
ângulo horizontal: é o ângulo formado por dois planos verticais que contém as direções formadas pelo ponto ocupado e os pontos visados. É medido sempre na horizontal, razão pela qual o teodolito deve estar rigorosamente nivelado.



MEDIDAÇÃO DE DIREÇÕES

O retículo vertical deve coincidir exatamente sobre o ponto.

Sempre que possível a pontaria deve ser realizada o mais próximo possível do ponto, para evitar erros na leitura, principalmente quando se utiliza baliza vertical.



Medição de ângulos: equipamentos

Teodolito e Estação Total



Precisão nominal é o valor da menor divisão lida no *nônio* (menor dígito mostrado no visor eletrônico). Precisão efetiva é o erro médio das leituras obtidas em uma série de determinações.

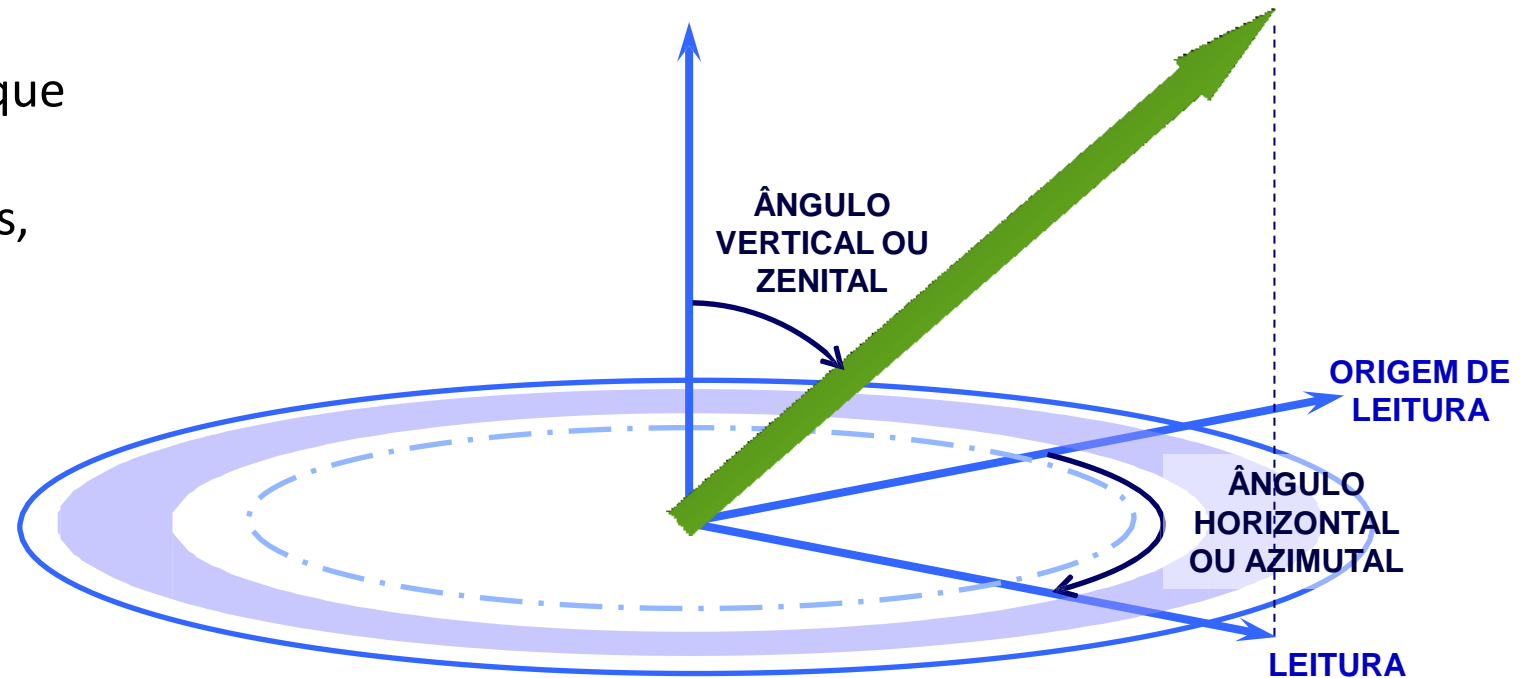


O Teodolito é utilizado para a determinação de ângulos horizontais (ou azimutais) e verticais (ou zenitais).

A Estação Total é um Teodolito dotado de *distanciômetro*, leitura digital de ângulos e processamento de informações (caderneta eletrônica).

Medição de ângulos

Operação feita por instrumento que permite a leitura de ângulos horizontais e verticais (teodolitos, estações totais).



Teodolito comuns: 1' a 6" ($1^{\circ}/60$ a $1^{\circ}/600$)

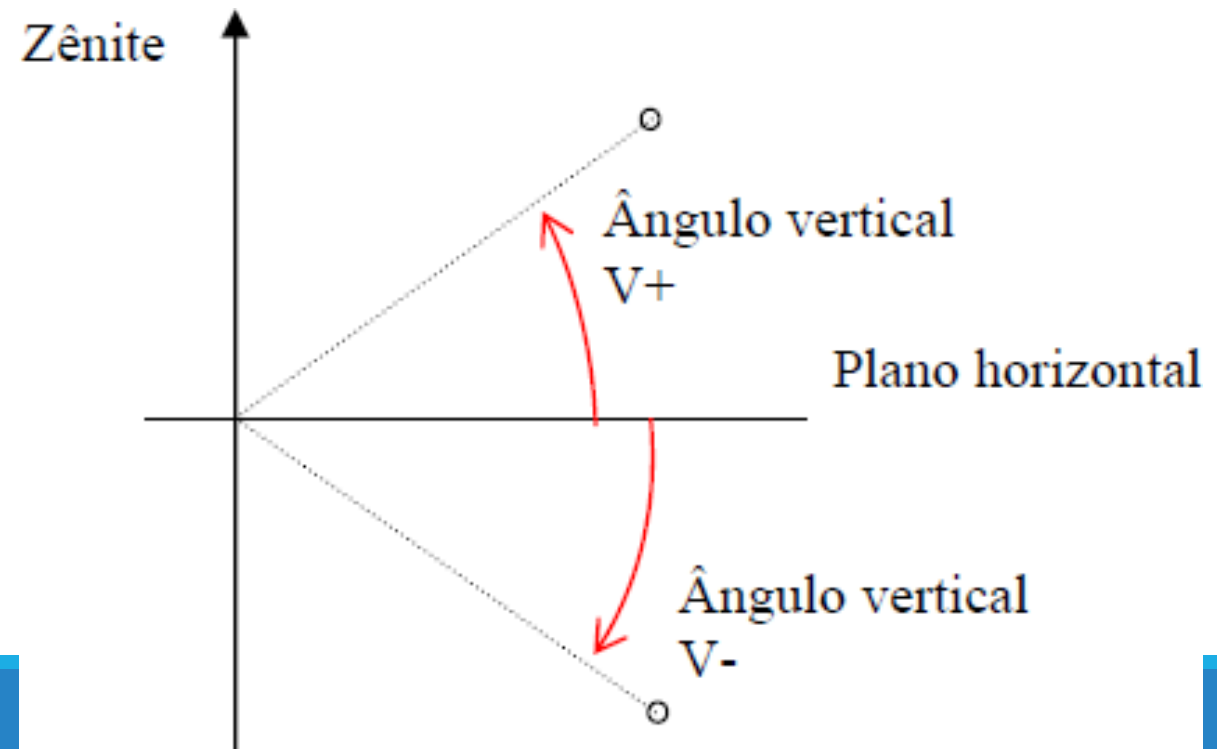
Teodolito de precisão: 1" ($1^{\circ}/3.600$)

Teodolito de alta precisão: 0,1" a 0,01" ($1^{\circ}/36.000$ a $1^{\circ}/360.000$)

MEDIÇÃO DE DIREÇÕES



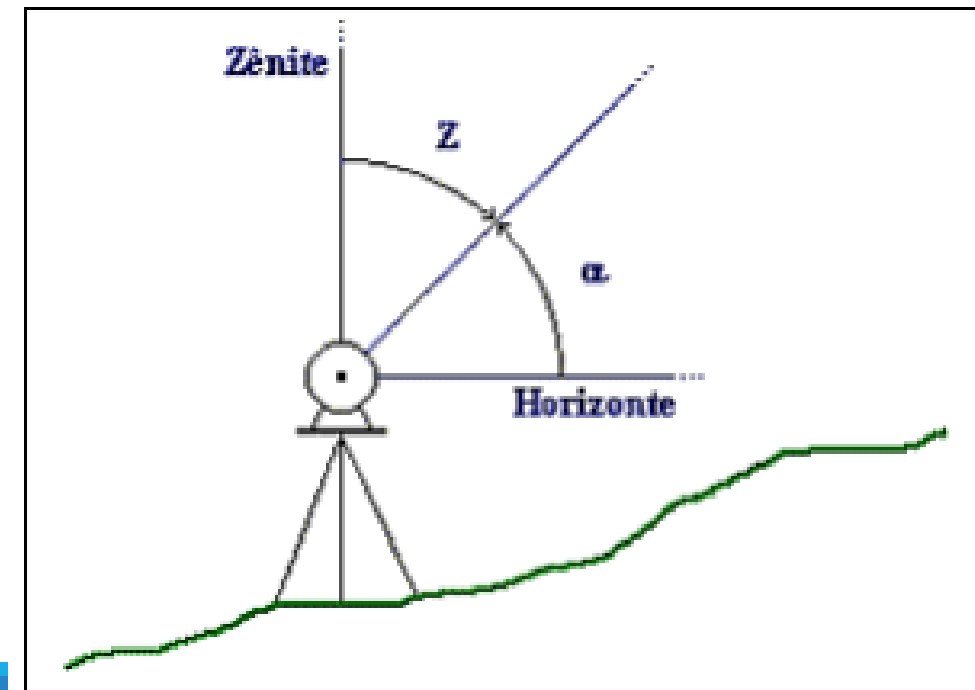
ângulo vertical (V): é o ângulo formado entre a linha do horizonte (*plano horizontal*) e a linha de visada, medido no plano vertical que contém os pontos. Variando de 0° até $+90^\circ$ (*acima do horizonte*) e de 0° até -90° (*abaixo do horizonte*).



Tipos de ângulos verticais

Zenital

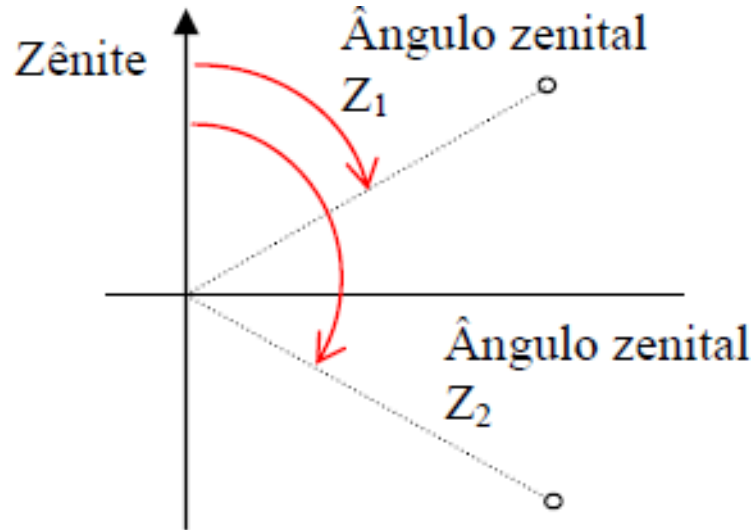
O ângulo zenital trata-se do ângulo formado entre a linha vertical do lugar (alinhamento perpendicular à esfera celeste) **acima** do observador com a linha de visada.



Relação entre a Inclinação e o Zênite

Tipos de ângulos verticais

ângulo zenital (Z): ângulo formado entre a vertical do lugar (*zenite*) e a linha de visada. Varia de 0° a 180° , sendo a origem de contagem o zênite.



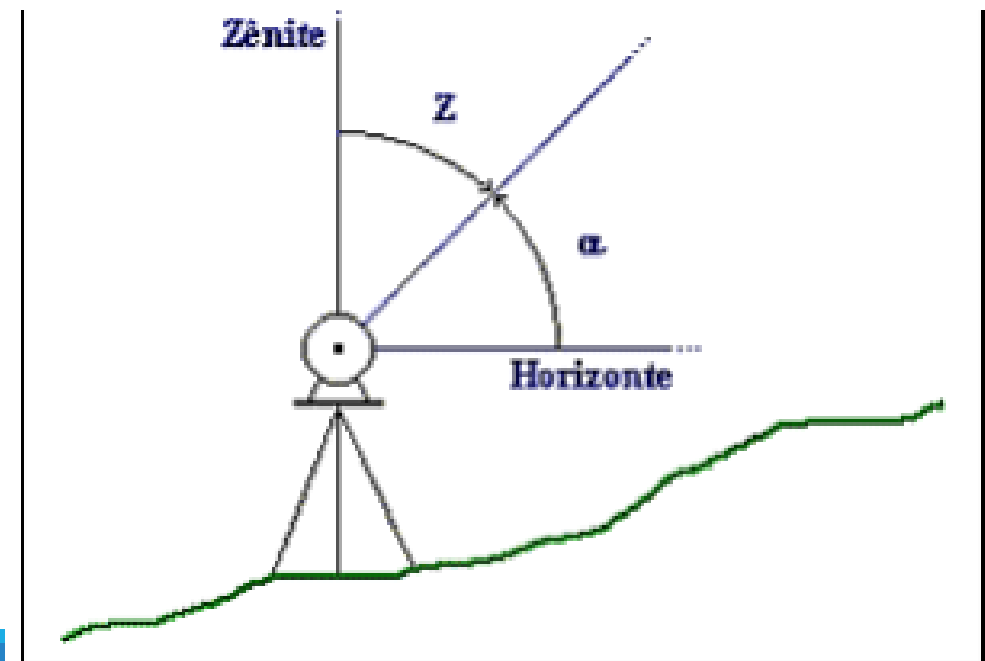
A relação entre o ângulo zenital e vertical é dada pela equação:

$$Z + V = 90^\circ$$

Tipos de ângulos verticais

Inclinação

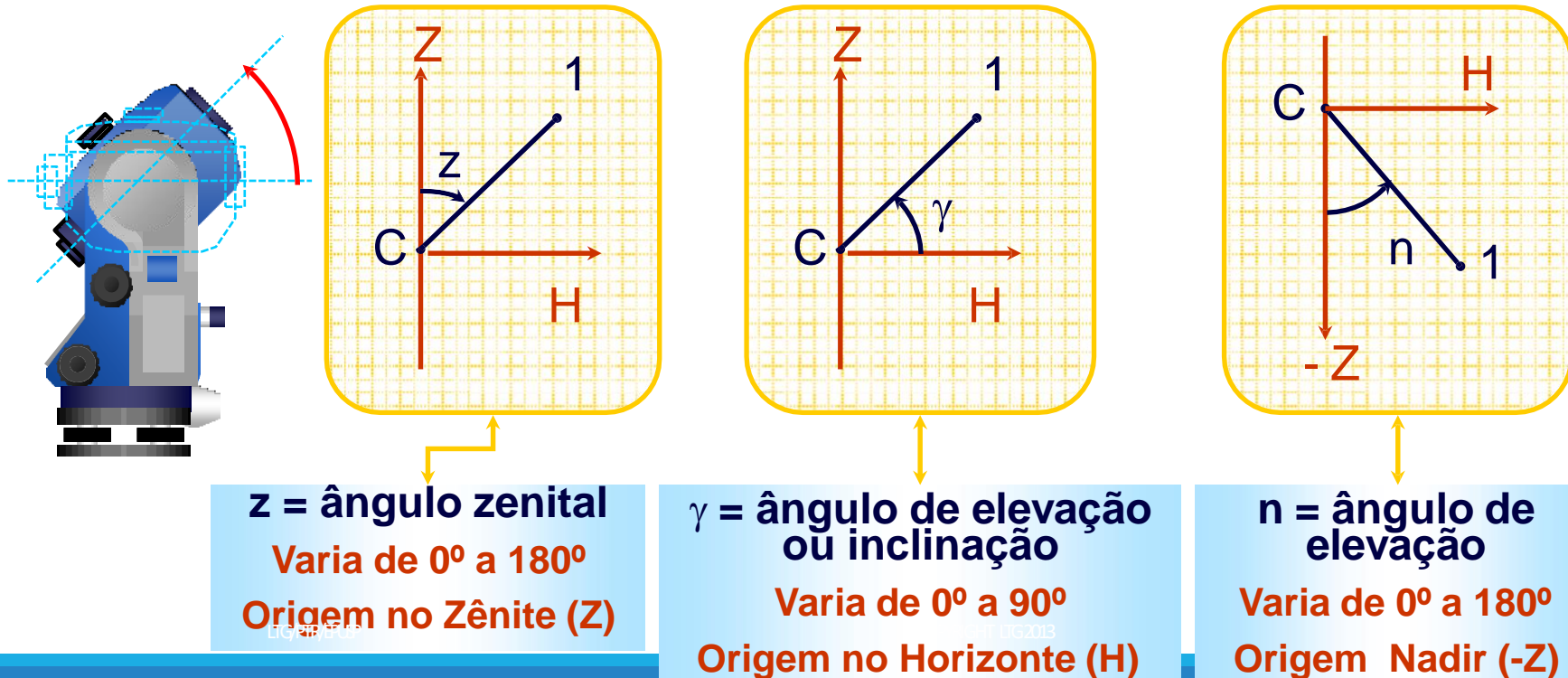
A inclinação é uma medida angular entre a linha horizontal local (perpendicular ao Zênite) e a linha de visada.



Relação entre a Inclinação e o Zênite

Medição de ângulos horizontais

Dependendo do aparelho utilizado, a origem dos ângulos verticais pode ser o *zênite*, o *plano* horizontal ou o *nadir*.



Tipos de ângulos horizontais

Internos

Externos

Azimutes

Rumos

Deflexão

MEDIÇÃO DE DIREÇÕES ESTAÇÕES TOTAIS

Estação total nada mais é do que um teodolito eletrônico (*medida angular*), um distanciômetro eletrônico (*medida linear*) e um processador matemático, tudo associado num único conjunto.

Além das medidas de **ângulos** e **distâncias**, uma estação total também permite obter informações como:

- Distância reduzida ao horizonte (*distância horizontal*);
- Desnível entre os pontos (*equipamento em "A" e refletor em "B"*);
- Coordenadas dos pontos ocupados pelo refletor, a partir de uma orientação prévia.

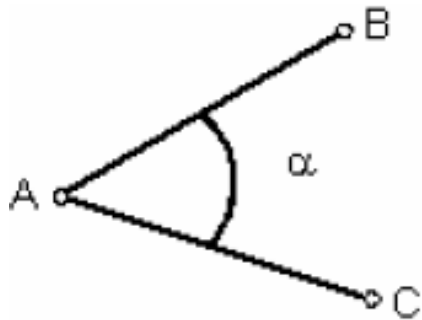
MEDIÇÃO DE DIREÇÕES

ESTAÇÕES TOTAIS



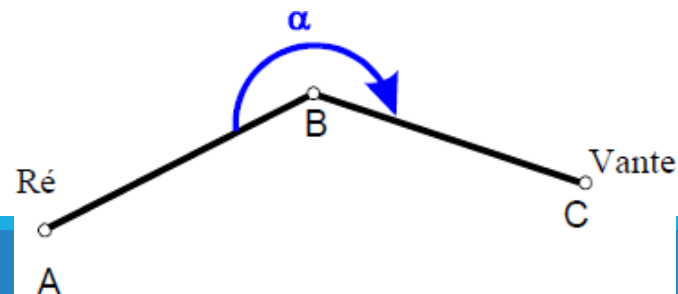
MEDIÇÃO DE DIREÇÕES

O objetivo da planimetria é determinar o **ângulo horizontal** compreendido entre duas direções



APARELHO ORIENTADO NA RÉ

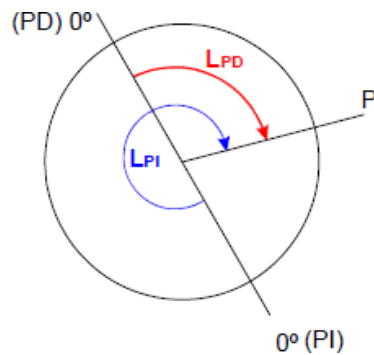
Zera-se o instrumento na estação ré e faz-se a pontaria na estação de vante. A medição do o ângulo externo entre os pontos A B C é realizado no sentido horário.



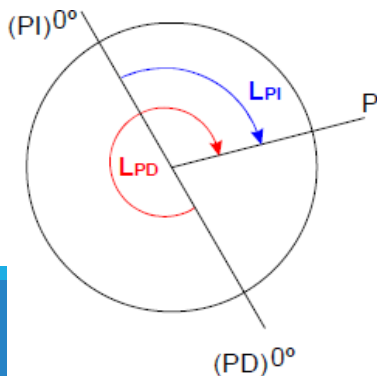
MEDIÇÃO DE DIREÇÕES HORIZONTAIS

PARES CONJUGADOS (PD E PI)

As leituras são feitas na posição direta da luneta e na posição inversa.



$$L = \frac{L_{PD} + L_{PI} - 180}{2}$$



$$L = \frac{L_{PD} + L_{PI} + 180}{2}$$

LPD - Leitura em PD
LPI - Leitura em PI

$$L = \frac{L_{PD} + L_{PI} \pm 90}{2}$$

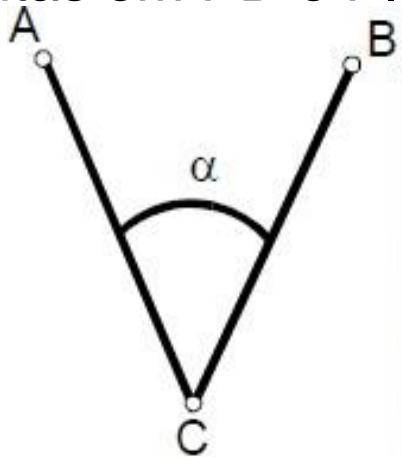
onde: + se PD > PI

- se PD < PI

MEDIDA DE DIREÇÕES HORIZONTAIS

PARES CONJUGADOS (PD E PI) - Exemplo:

Foram medidas duas direções A e B para a determinação do ângulo α . Estas medidas foram feitas em PD e PI.



	Pontaria A (ré)	Pontaria B (vante)
<i>PD</i>	0° 00' 00"	1° 46' 00"
<i>PI</i>	180° 00' 00"	181° 48' 00"
<i>L</i>	0° 00' 00"	1° 47' 00"

$$\alpha = L_B - L_A$$

$$\alpha = 1^{\circ}47' - 0^{\circ}00'$$

$$\alpha = 1^{\circ}47'$$

$$L_A = \frac{L_{PD} + L_{PI} - 180}{2}$$

$$L_A = \frac{0^{\circ}0' + 180^{\circ}00' - 180}{2}$$

$$L_A = 0^{\circ}00'$$

$$L_B = \frac{L_{PD} + L_{PI} - 180}{2}$$

$$L_B = \frac{1^{\circ}46' + 181^{\circ}48' - 180}{2}$$

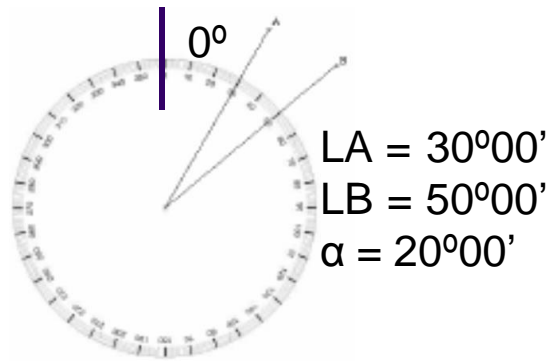
$$L_B = 1^{\circ}47'$$

MEDIÇÃO DE DIREÇÕES MEDIDAS COM REITERAÇÕES

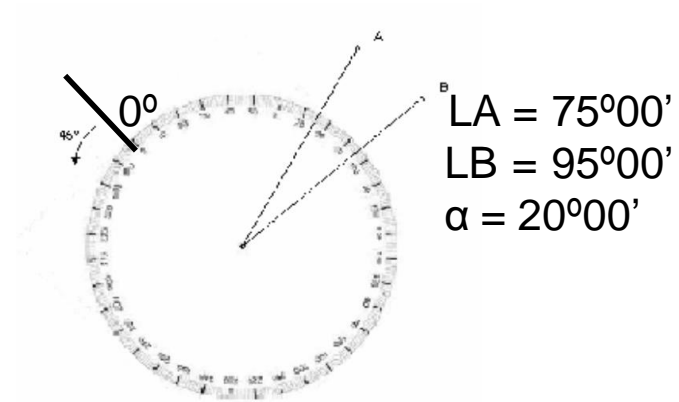
- Existem alguns teodolitos chamados reiteradores, que possuem um parafuso reiterador que permite reiterar o limbo, ou seja, deslocar o limbo independentemente da alidade;
- Fixado o número de reiterações n , efetuam-se n pares de leituras conjugadas, tendo o cuidado de deslocar a origem da graduação de forma a cobrir todo o círculo horizontal.

MEDIÇÃO DE DIREÇÕES

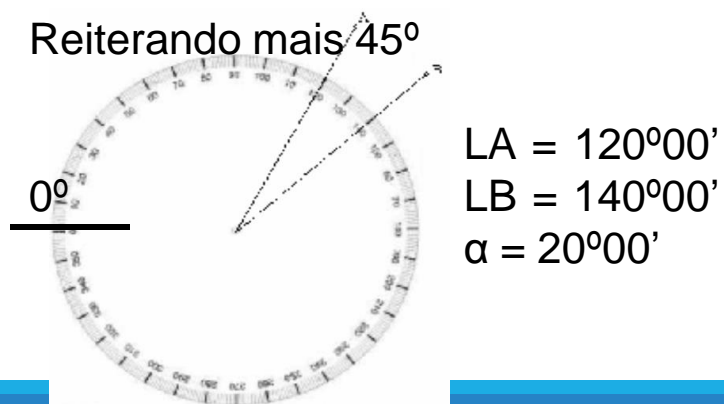
limbo em uma posição inicial
realizam-se as leituras das direções



Reiterando 45°



Reiterando mais 45°



MEDIÇÃO DE DIREÇÕES

LEITURA C/ PARES CONJUGADOS (PD E PI) E REITERAÇÕES

Foram medidas duas direções A e B para a determinação do ângulo α , reiterando nas posições 0° ; 45° ; 90° e 135° .

	A (ré)	B(vante)	
PD	0°31'45,5"	9°40'15,5"	
PI	180°31'44,1"	189°40'15,7"	
L1	0°31'44,8"	9°40'15,5"	$\alpha_1 = 9^\circ 08' 30,8''$
PD	45°33'11,9"	54°41'42,8"	
PI	225°33'15,9"	234°41'42,4"	
L2	45°33'13,9"	54°41'42,6"	$\alpha_2 = 9^\circ 08' 28,7''$
PD	90°25'44,2"	99°34'13,3"	
PI	270°25'44,5"	279°34'14,6"	
L3	90°25'44,3"	99°34'13,9"	$\alpha_3 = 9^\circ 08' 29,6''$
PD	135°26'51,3"	144°35'18,9"	
PI	315°26'47,8"	324°35'15,9"	
L4	135°26'49,5"	144°35'17,4"	$\alpha_4 = 9^\circ 08' 27,9''$

$$\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4}{4}$$

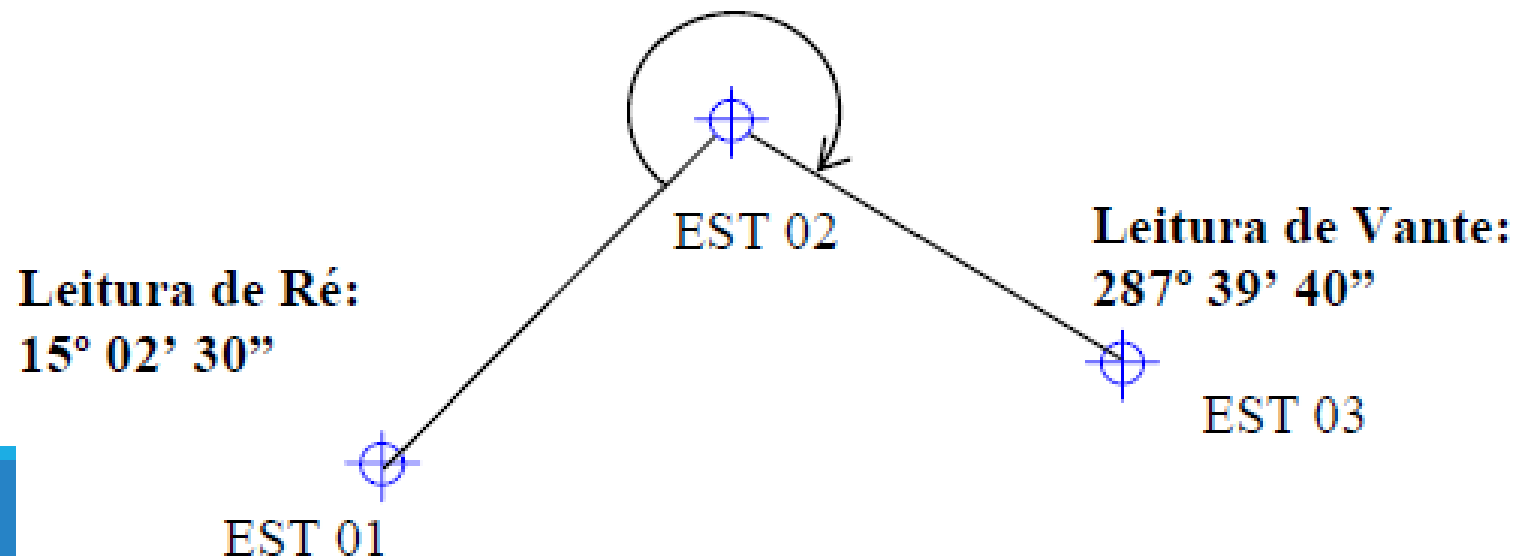
$$\alpha = 9^\circ 08' 29,2''$$

TÉCNICAS de LEVANTAMENTO PLANIMÉTRICO

Estaciona-se o equipamento na estação onde serão efetuadas as medições, faz-se a pontaria na estação ré, depois faz-se a pontaria na estação vante. O ângulo horizontal externo será:

ângulo alfa = leitura de vante – leitura de ré

$$\text{Ângulo horizontal} = 287^{\circ} 39' 40'' - 15^{\circ} 02' 30'' = 272^{\circ} 37' 10''$$



ESCRITURAÇÃO DE CADERNETA DE CAMPO – HORIZONTAL

ÂNGULOS HORIZONTAIS

$$L = \frac{L_{PD} + L_{PI} - 180}{2}$$

$$Resíduo = \frac{PD - PI - 180}{2} \quad \text{OU} \quad Resíduo = \frac{PI - PD - 180}{2}$$

$$PD_{corríg} = PD - Resíduo$$

Leitura	Ré: Canto	Vante: 2 A
PD	0°00'00"	202°25'24"
PI	179°59'56"	22°25'32"
Resíduo		
PD corg		
alfa		

ESCRITURAÇÃO DE CADERNETA DE CAMPO – HORIZONTAL

ÂNGULOS HORIZONTAIS

$$L = \frac{L_{PD} + L_{PI} - 180}{2}$$

$$Resíduo = \frac{PD - PI - 180}{2} \quad \text{OU} \quad Resíduo = \frac{PI - PD - 180}{2}$$

$$PD_{corrig} = PD - Resíduo$$

Sendo:

$$\alpha = PD_{Vt} - PD_{Ré}$$

Leitura	Ré: Canto	Vante: 2 A
PD	0°00'00"	202°25'24"
PI	179°59'56"	22°25'32"
Resíduo	-0°00'02"	-0°00'04"
PD corg	0°00'02"	202°25'28"
alfa		202°25'26"

ESCRITURAÇÃO DE CADERNETA DE CAMPO – HORIZONTAL

ÂNGULOS HORIZONTAIS

$$Resíduo = \frac{PD-PI-180}{2} \quad \text{OU} \quad Resíduo = \frac{PI-PD-180}{2}$$

$$PD_{corg} = PD - Resíduo$$

Leitura	Ré: Canto	Vante: 2 A
PD	120°00'00"	26°49'23"
PI	300°00'11"	206°49'27"
Resíduo		
PD corg		
alfa		

Sendo:

$$\alpha = PD_{Vt} - PD_{Ré}$$

ESCRITURAÇÃO DE CADERNETA DE CAMPO – HORIZONTAL

ÂNGULOS HORIZONTAIS

$$L = \frac{L_{PD} + L_{PI} - 180}{2}$$

$$Resíduo = \frac{PD - PI - 180}{2} \quad \text{OU} \quad Resíduo = \frac{PI - PD - 180}{2}$$

$$PD_{corg} = PD - Resíduo$$

Sendo:

$$\alpha = PD_{Vt} - PD_{Ré}$$

Leitura	Ré: Canto	Vante: 2 A
PD	120°00'00"	26°49'23"
PI	300°00'11"	206°49'27"
Resíduo	0°00'05"	0°00'02"
PD corg	119°59'55"	26°49'21"
alfa		266°49'26"

Exercício:

ÂNGULOS HORIZONTAIS

$$L = \frac{L_{PD} + L_{PI} - 180}{2}$$

alfa = Vante – Ré

Leitura	Ré: 2 A	Vt: 4 A
PD	240°00'00"	95°49'21"
PI	60°00'04"	275°50'06"
Resíduo	-0,0002	0,0023
PD corg	240,0002	95,4859
alfa		215,4856

ESCRITURAÇÃO DE CADERNETA DE CAMPO – HORIZONTAL

ÂNGULOS HORIZONTAIS

$$L = \frac{L_{PD} + L_{PI} - 180}{2}$$

alfa = Vante – Ré

Leitura	Ré: 2 A	Vt: 4 A
PD	240°00'00"	95°49'21"
PI	60°00'04"	275°50'06"
Resíduo	-0°00'02"	0°00'23"
PD corg	240°00'02"	95°48'58"
alfa		215°48'56"

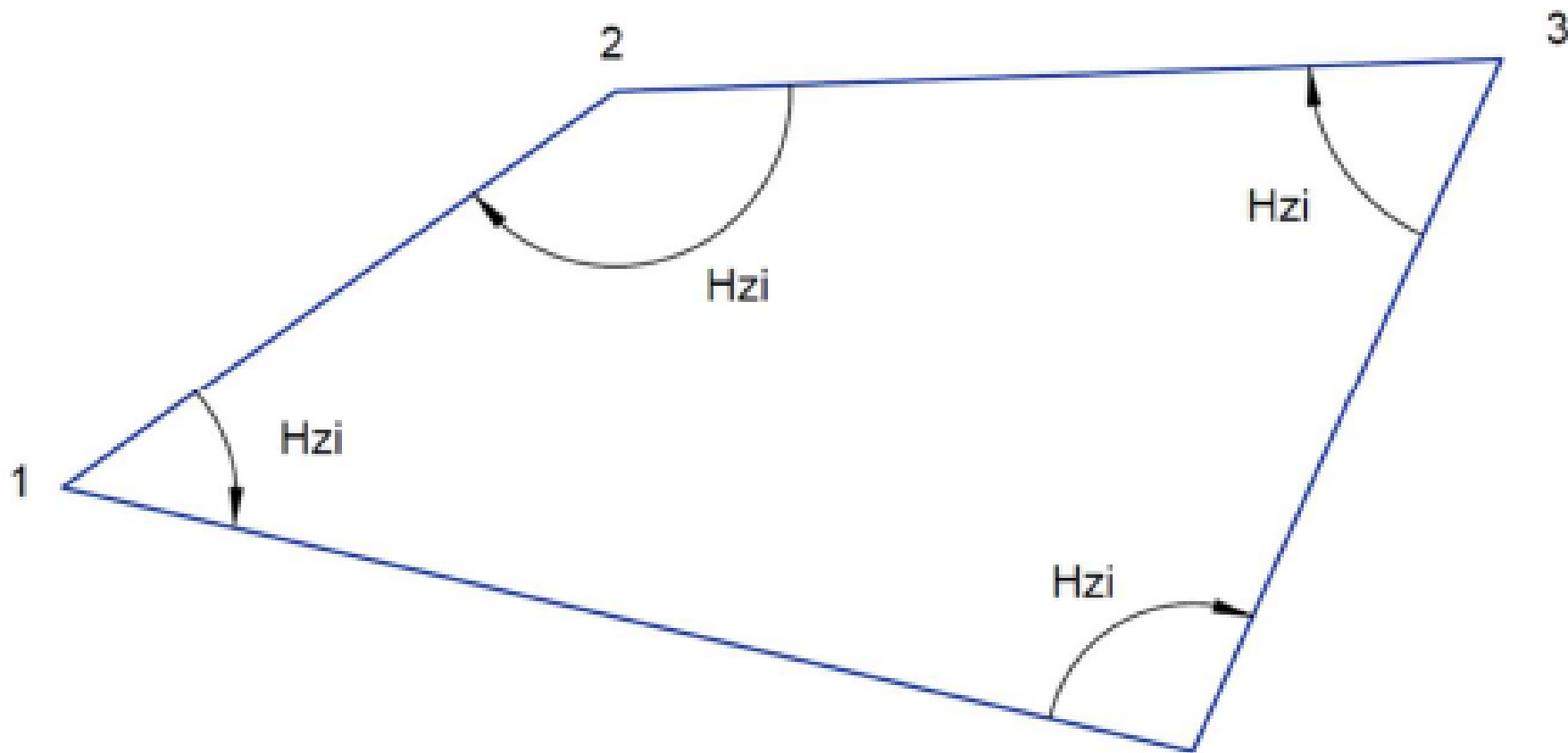
Ângulos internos

Para medir um ângulo horizontal interno a dois alinhamentos consecutivos de uma poligonal fechada, o aparelho deve ser estacionado, nivelado e centrado com precisão sobre um dos pontos que a definem. Para medir o ângulo interno deve-se:

- Fazer a pontaria fina sobre o ponto a vante;
- Anotar o ângulo ou zerar o círculo horizontal do aparelho na posição $H_{zi} = 000^{\circ}00'00''$;
- Destruvar e girar o aparelho, executando a pontaria sobre o ponto de ré;
- O ângulo obtido pela diferença entre as duas medições ou marcado no visor corresponde ao ângulo interno.

A relação entre os ângulos horizontais internos de uma poligonal fechada de “n” lados é dada por:

$$\Sigma H_{di} = 180^{\circ} \cdot (n-2)$$



$H_{zi1} = 48^{\circ}40'19''$

$H_{zi2} = 49^{\circ}36'03''$

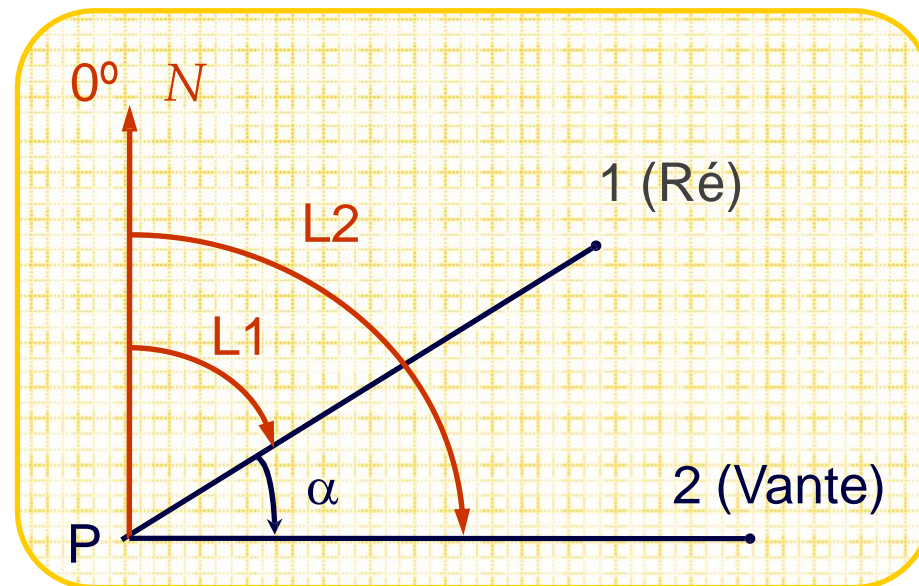
$H_{zi3} = 64^{\circ}35'18''$

$H_{zi4} = 97^{\circ}08'20''$

$\Sigma = 360^{\circ}00'00''$

medição de ângulos horizontais

Aparelho orientado pelo Norte verdadeiro ou magnético



$$\alpha = \text{Vante} - \text{Ré}$$

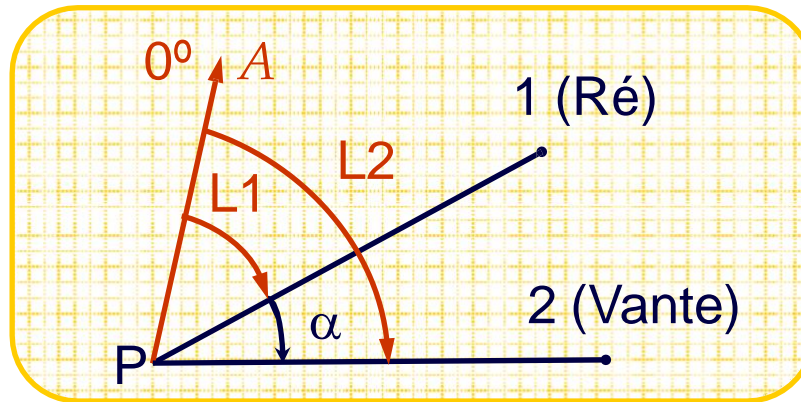
$$\alpha = L2 - L1$$

α = ângulo
horário entre as
duas direções
(vante e ré)

L2 e L1 são azimutes verdadeiro ou magnético

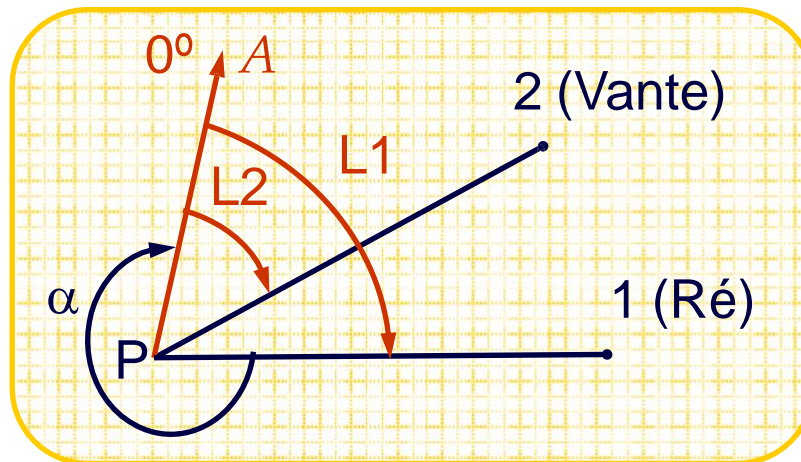
medição de ângulos horizontais

Aparelho orientado por uma direção qualquer "A"



$$\alpha = \text{Vante} - \text{Ré}$$

$$\alpha = L2 - L1$$



$$\alpha = \text{Vante} - \text{Ré}$$

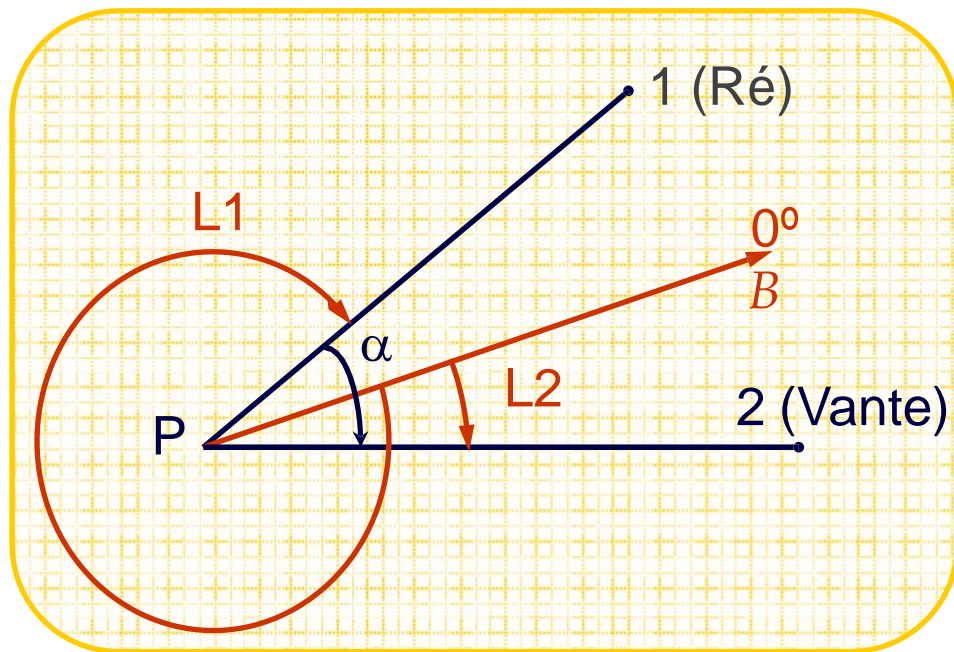
$$\alpha = L2 - L1$$

OBS: neste caso $(L2 - L1)$ teremos α com sinal negativo. Assim, se faz necessário somar algebricamente 360° a α

$$\alpha = 360^\circ + (L2 - L1)$$

medição de ângulos horizontais

Aparelho orientado por uma direção qualquer "B"



$$\alpha = 360^\circ - \text{Ré} + \text{Vante}$$

$$\alpha = 360^\circ - L1 + L2$$

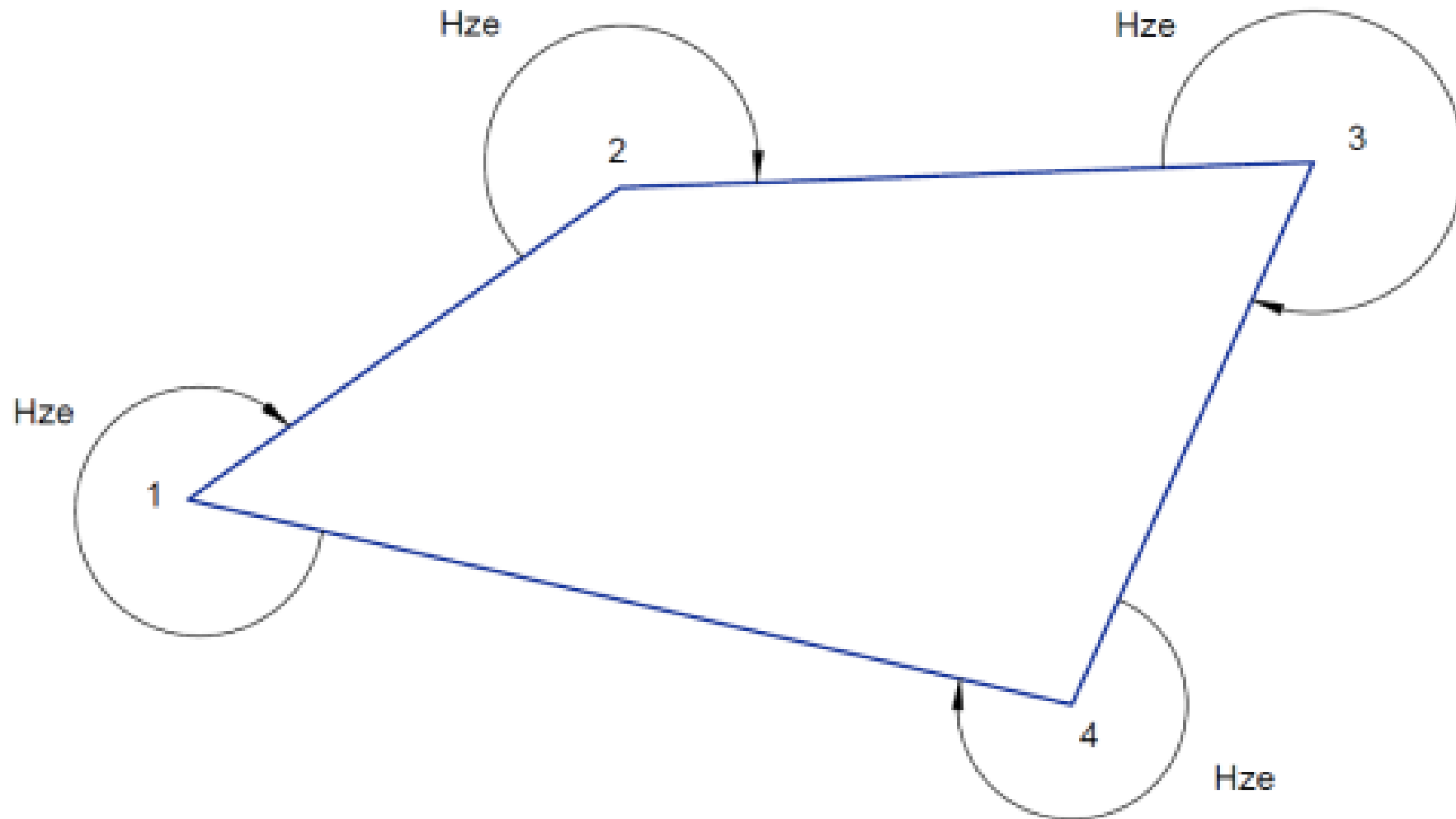
Ângulos externos

Pode ser obtido do mesmo modo que os ângulos internos, desde que a primeira pontaria seja feita sobre o ponto de ré e a segunda sobre o ponto a vante. Entretanto, se o valor do ângulo interno for conhecido, pode-se utilizar a seguinte relação:

$$H_{ze} = 360^{\circ}00'00'' - H_{zi}$$

A relação entre os ângulos horizontais externos de uma poligonal fechada de “n” lados é dada por:

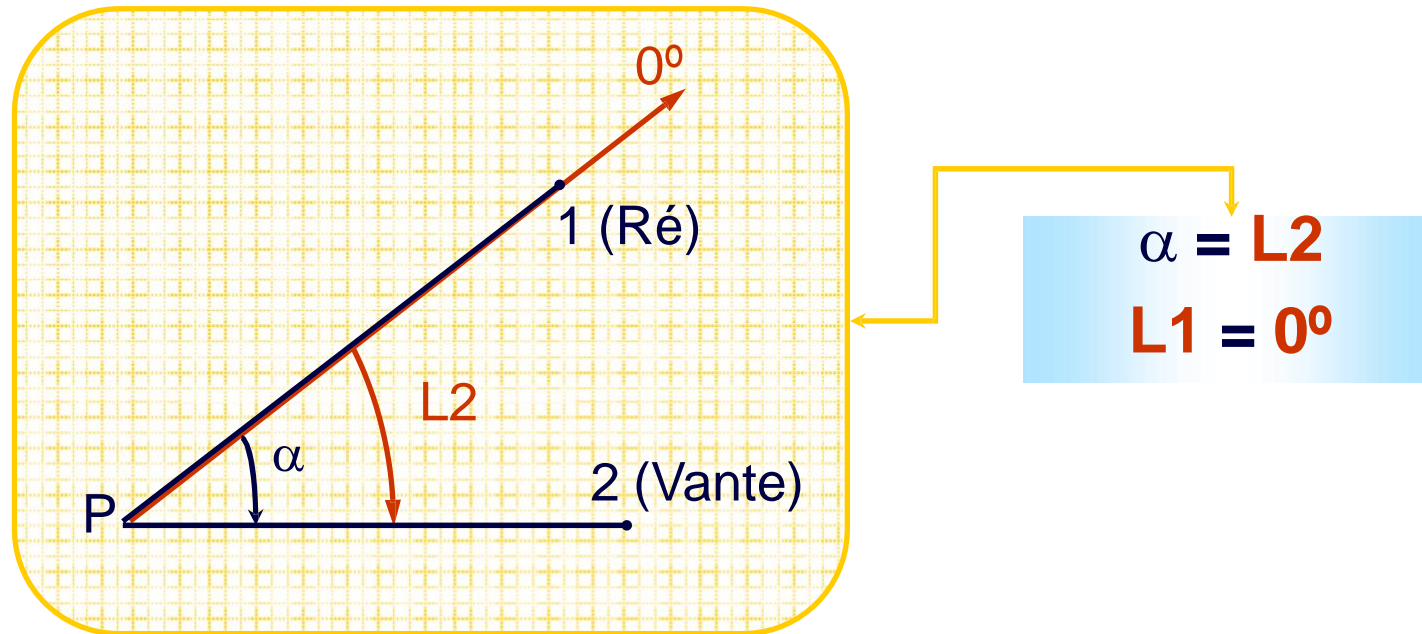
$$\sum H_{ze} = 180^{\circ} \cdot (n+2)$$



Hze1 = $311^{\circ}19'41''$
Hze2 = $210^{\circ}23'57''$
Hze3 = $295^{\circ}24'42''$
Hze4 = $262^{\circ}51'40''$
 $\Sigma = 1080^{\circ}00'00''$

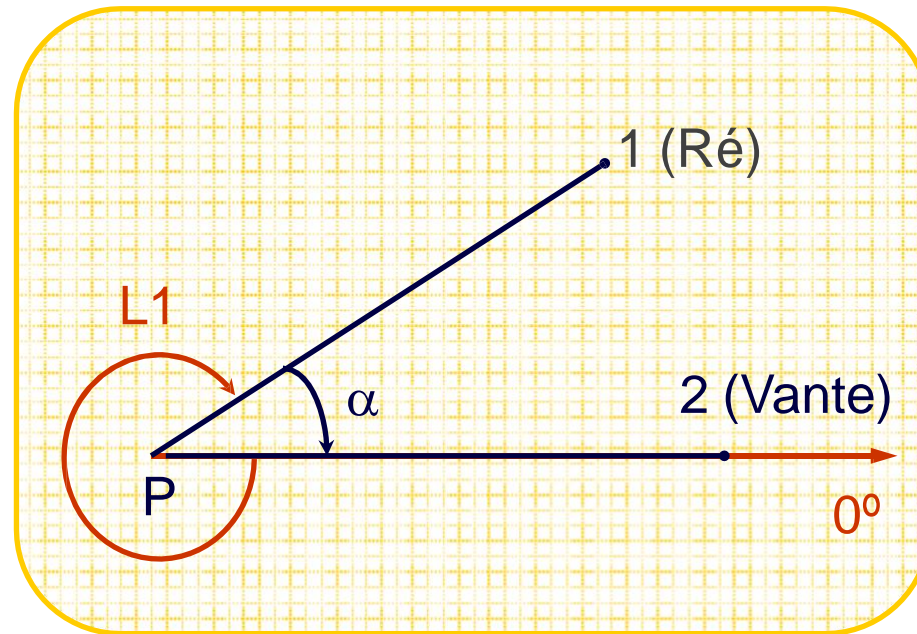
medição de ângulos horizontais

Aparelho orientado por ré



medição de ângulos horizontais

Aparelho orientado por vante



$$\alpha = 360^\circ - L1$$
$$L2 = 0^\circ$$

Deflexão

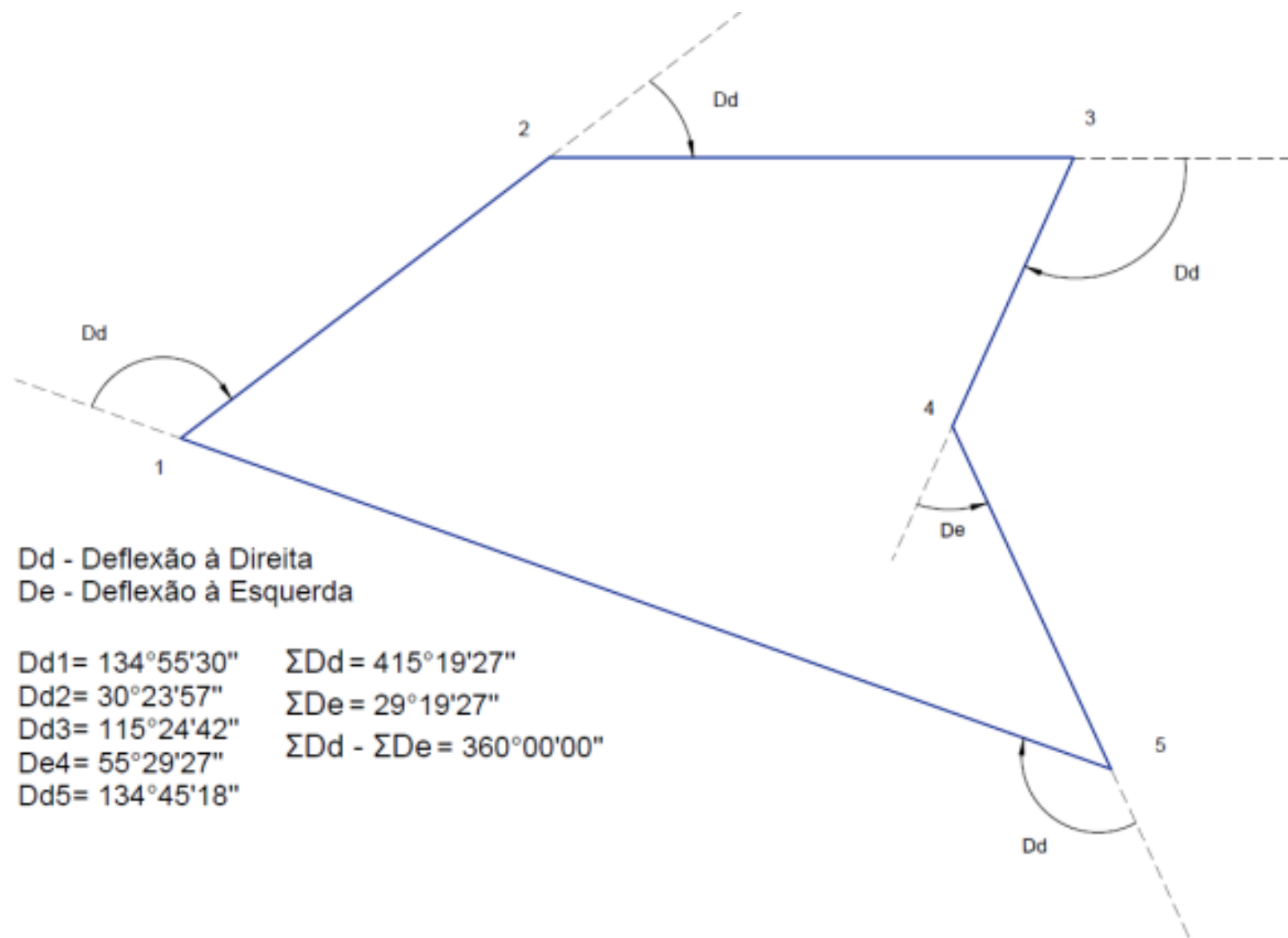
Deflexão é o menor ângulo formado entre o prolongamento do alinhamento de ré (anterior) e o alinhamento de vante (posterior ou seguinte). Este ângulo varia de 0° a 180° . Será à **direita**, se o sentido do giro for horário e, à **esquerda**, se o giro for anti-horário.

Portanto, para medir-se a deflexão, com a utilização de um teodolito eletrônico ou uma estação total, deve-se proceder da seguinte forma:

- Fazer a pontaria fina sobre o ponto de ré;

Deflexão

- Bascular a luneta (girar a luneta verticalmente, em torno do eixo horizontal) aproximadamente 180° , a fim de que ela fique na mesma direção, mas no sentido contrário;
- Zerar o círculo horizontal do aparelho nesta posição $\rightarrow 000^\circ 00' 00''$;
- Destruvar e girar o aparelho, executando a pontaria sobre o ponto de vante;
- O ângulo marcado no visor corresponde ao ângulo de deflexão.



Deflexão

É assim definida a relação entre as deflexões de uma poligonal:

$$\sum D_d - \sum D_e = 360^{\circ}00'00''$$

Já a relação entre as deflexões e os ângulos horizontais internos de uma poligonal fechada é dada por:

$$D_e = H_{zi} - 180^{\circ}00'00'' \quad \text{para } H_{zi} > 180^{\circ}00'00''$$

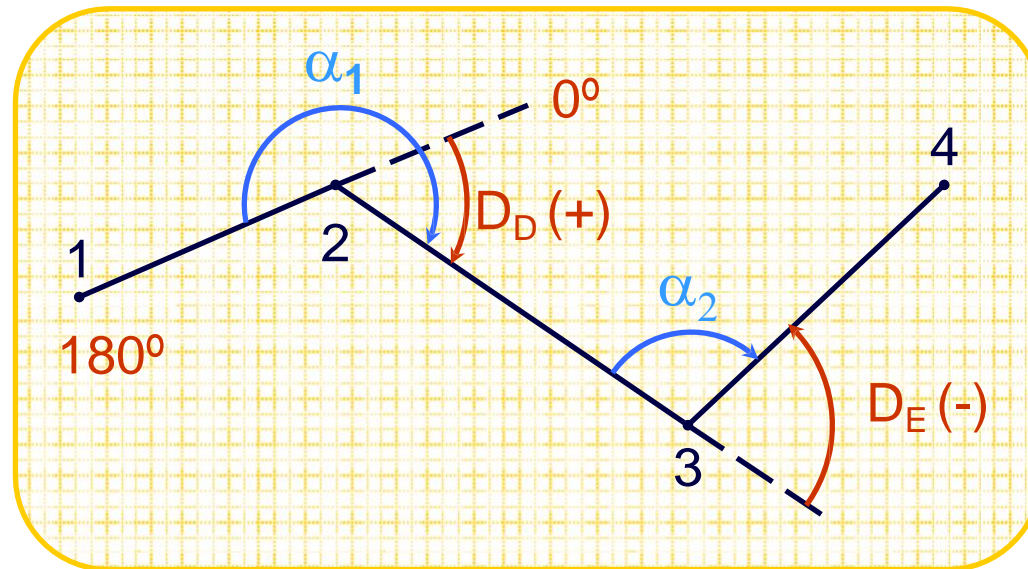
e

$$D_d = 180^{\circ}00'00'' - H_{zi} \quad \text{para } H_{zi} < 180^{\circ}00'00''$$

medição de ângulos horizontais

Medida de ângulos de deflexão

⇒ Ângulo de Deflexão é o ângulo azimutal formado pelo lado a vante e o prolongamento (a vante) do lado anterior.



⇒ O ângulo de deflexão pode ser à direita (D_D) ou à esquerda (D_E) do prolongamento do lado anterior.

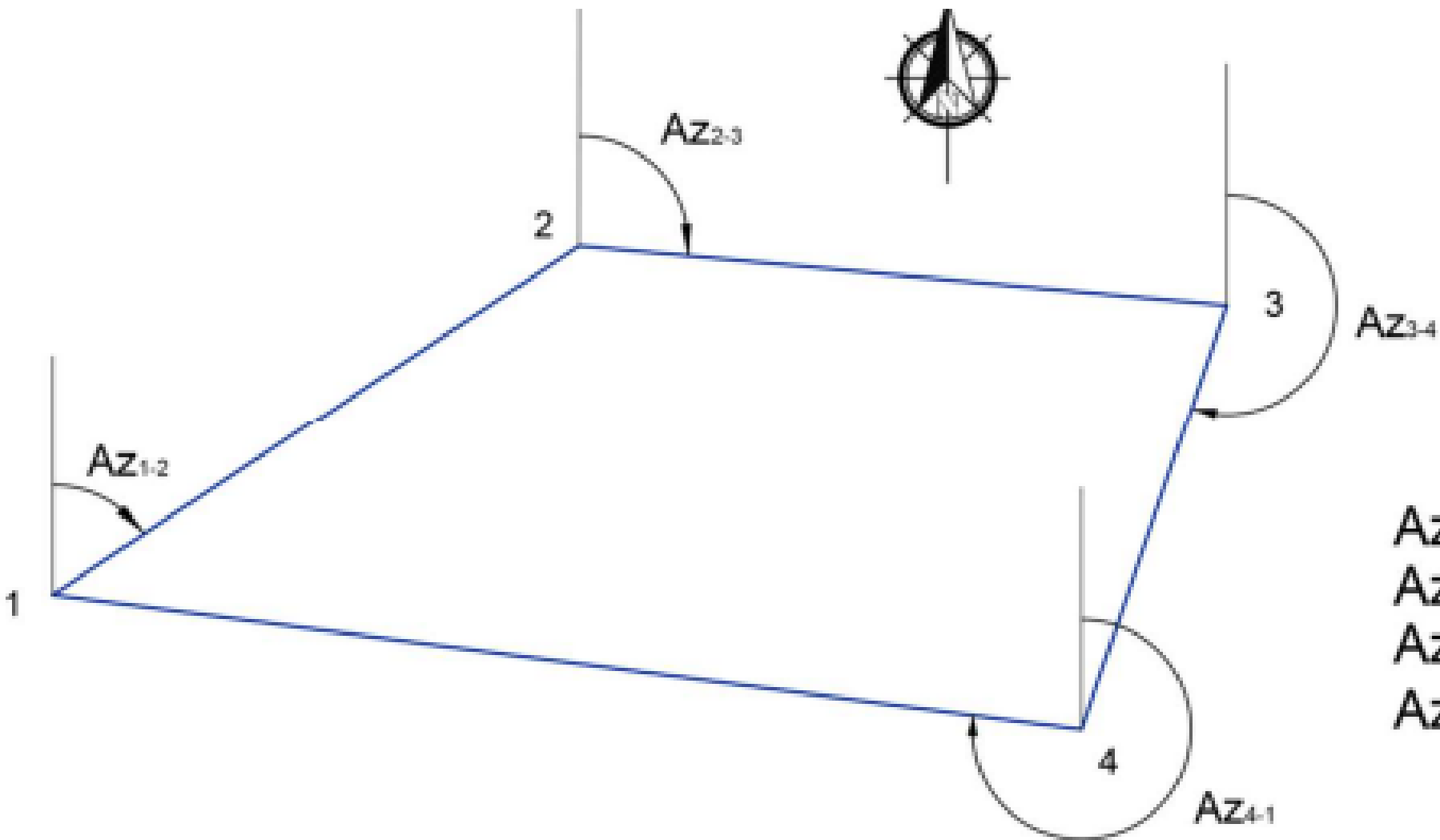
→ Sua variação é de 0° a 180° para a direita (+) ou para a esquerda (-).

Orientação (AZIMUTE E RUMO)

A orientação é uma etapa muito importante nos projetos. Deve-se conhecer a orientação do terreno em relação à direção Norte-Sul para a definição da posição da edificação. A orientação também faz-se necessária na locação de uma obra, pois dará a direção dos alinhamentos que devem ser locados.

AZIMUTE

Azimute é o ângulo formado entre a direção **Norte-Sul** e o **alinhamento considerado**, iniciando no Norte ($0^{\circ}00'00''$) e aumentando no sentido **horário**, podendo variar de $0^{\circ}00'00''$ até $360^{\circ}00'00''$.

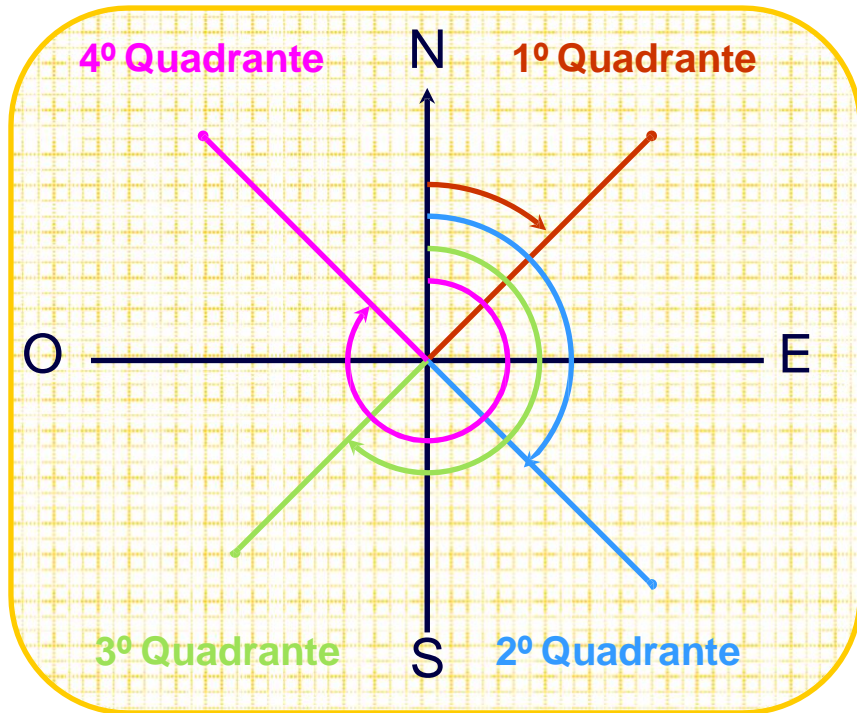


$$\begin{aligned}AZ_{1-2} &= 56^{\circ}22'20'' \\AZ_{2-3} &= 95^{\circ}14'31'' \\AZ_{3-4} &= 198^{\circ}53'51'' \\AZ_{4-1} &= 277^{\circ}22'39''\end{aligned}$$

AZIMUTE

Se o azimute for medido em relação ao Norte Geográfico/Verdadeiro, ele é chamado de Azimute Geográfico ou Verdadeiro. Ele pode ser determinado através de métodos astronômicos (observação ao sol ou às estrelas), e também com a utilização de GPS (L1 e L2) de precisão (chamados geodésicos). Ainda podemos utilizar GPS L1, ou os chamados, topográficos. Quando a determinação do azimute é através de coordenadas UTM, este azimute é da Quadrícula (Azimute da Quadrícula). Contudo, caso ele seja medido em relação ao Norte Magnético, a partir de uma bússola ou declinatória, é chamado de Azimute Magnético. Visto que a medição do Azimute Geográfico (Verdadeiro) é mais precisa com a utilização de aparelhos de GPS, os outros métodos citados acima entraram em desuso e, em muitos casos, não são mais permitidos pela Norma.

Aparelho orientado no Norte AZIMUTE



Exemplo:

Az=45°

Az=135°

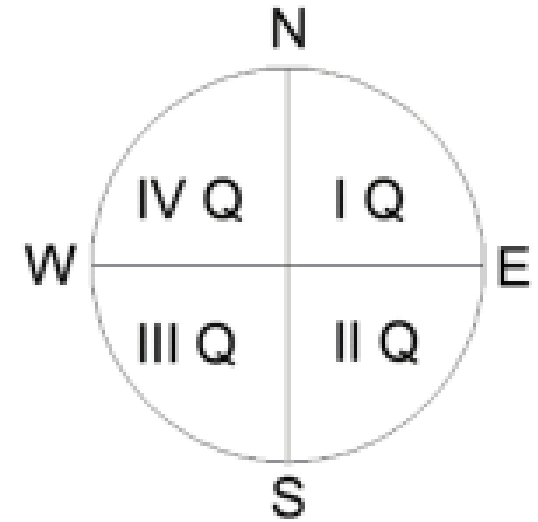
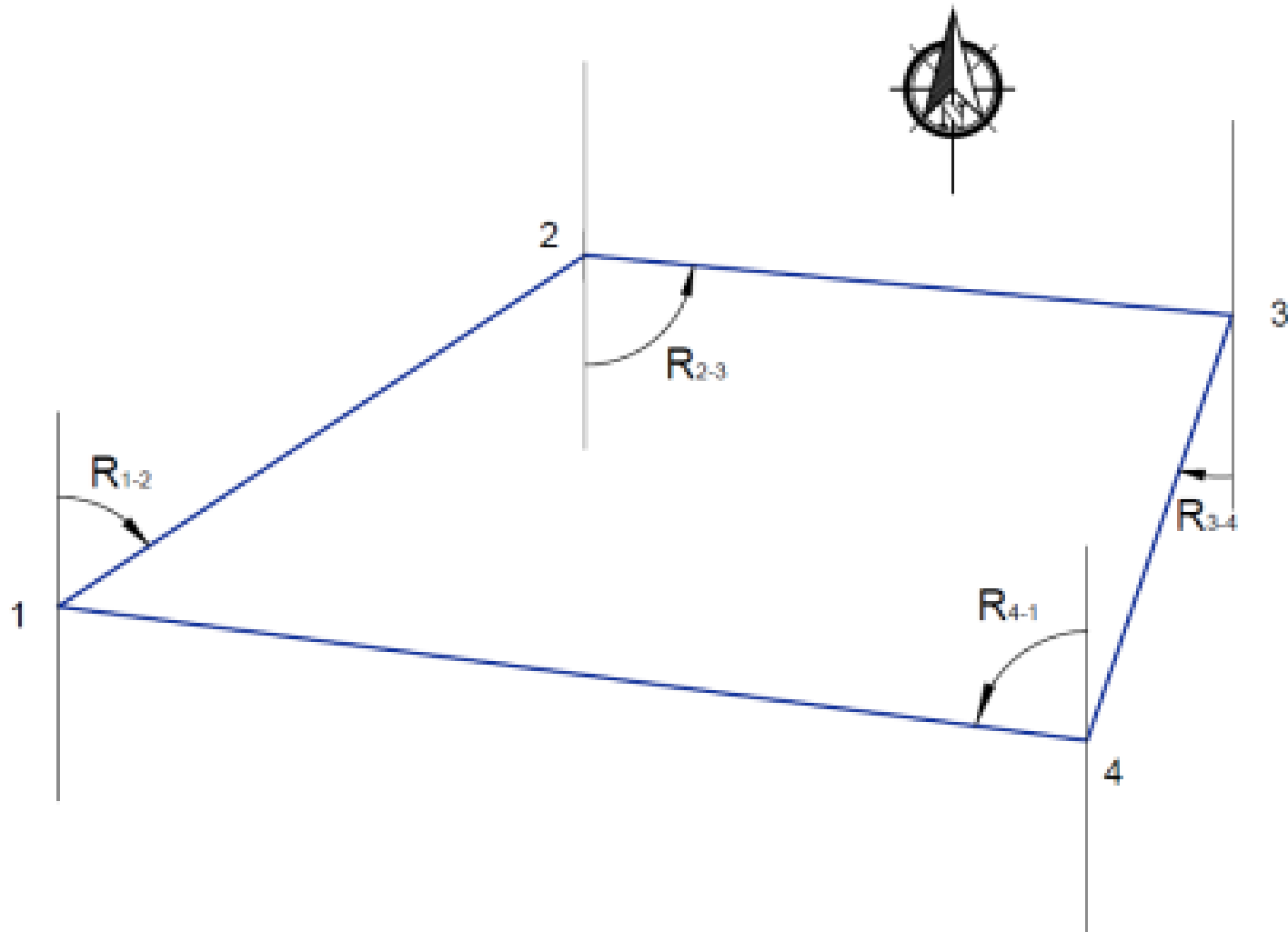
Az=225°

Az=315°

Contado a partir de N no sentido dos ponteiros do relógio.
Varia de 0° a 360°.

RUMO

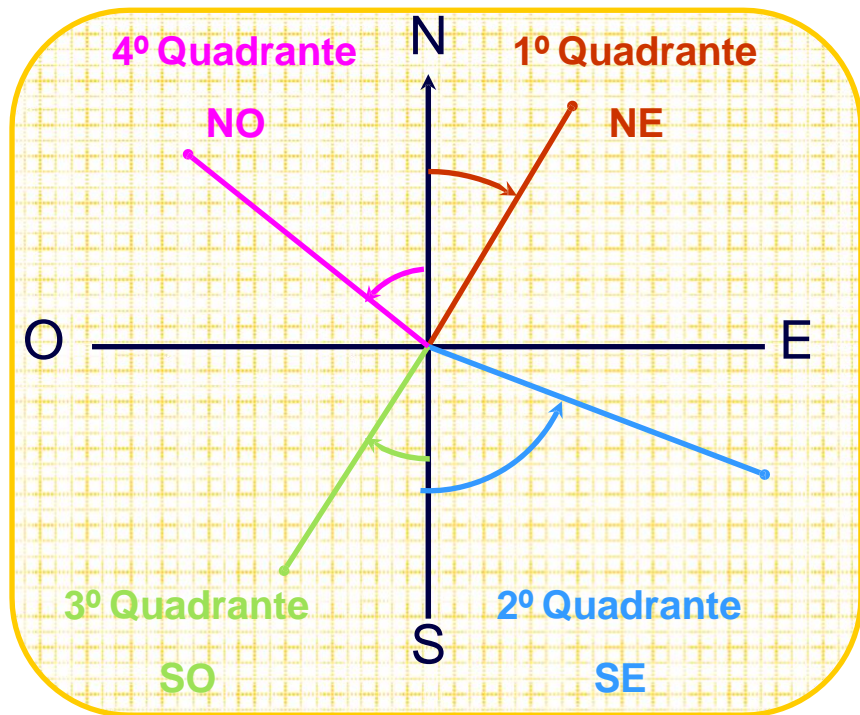
Rumo é o menor ângulo formado entre a direção Norte-Sul e o alinhamento considerado. Este ângulo inicia no Norte ou no Sul e aumenta para Leste (E) ou Para Oeste (W). Varia de $0^{\circ}00'00''$ a $90^{\circ}00'00''$. Sempre deve ser indicado a que quadrante pertence: I Q = NE; II Q = SE; III Q = SW; IV Q = NW.



- $R_{1-2} = 56^{\circ}22'20'' - \text{NE}$
- $R_{2-3} = 84^{\circ}44'16'' - \text{SE}$
- $R_{3-4} = 18^{\circ}55'03'' - \text{SW}$
- $R_{4-1} = 82^{\circ}37'21'' - \text{NW}$

Aparelho orientado no eixo Norte-sul RUMO

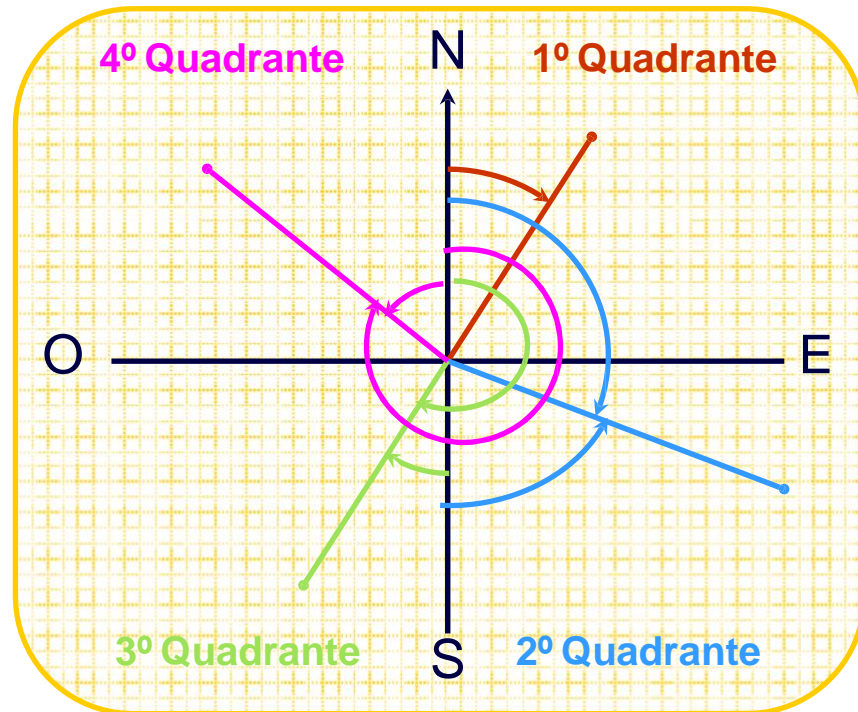
Contado a partir do eixo Norte e Sul.



Exemplo:
 $R_{NE}=15^\circ$ NE
 $R_{SE}=65^\circ$ SE
 $R_{SO}=22^\circ$ SO
 $R_{NO}=50^\circ$ NO

É diferenciado pelo quadrante onde se localiza.
Varia de 0° a 90° .

CONVERSAO DE AZIMUTE E RUMO



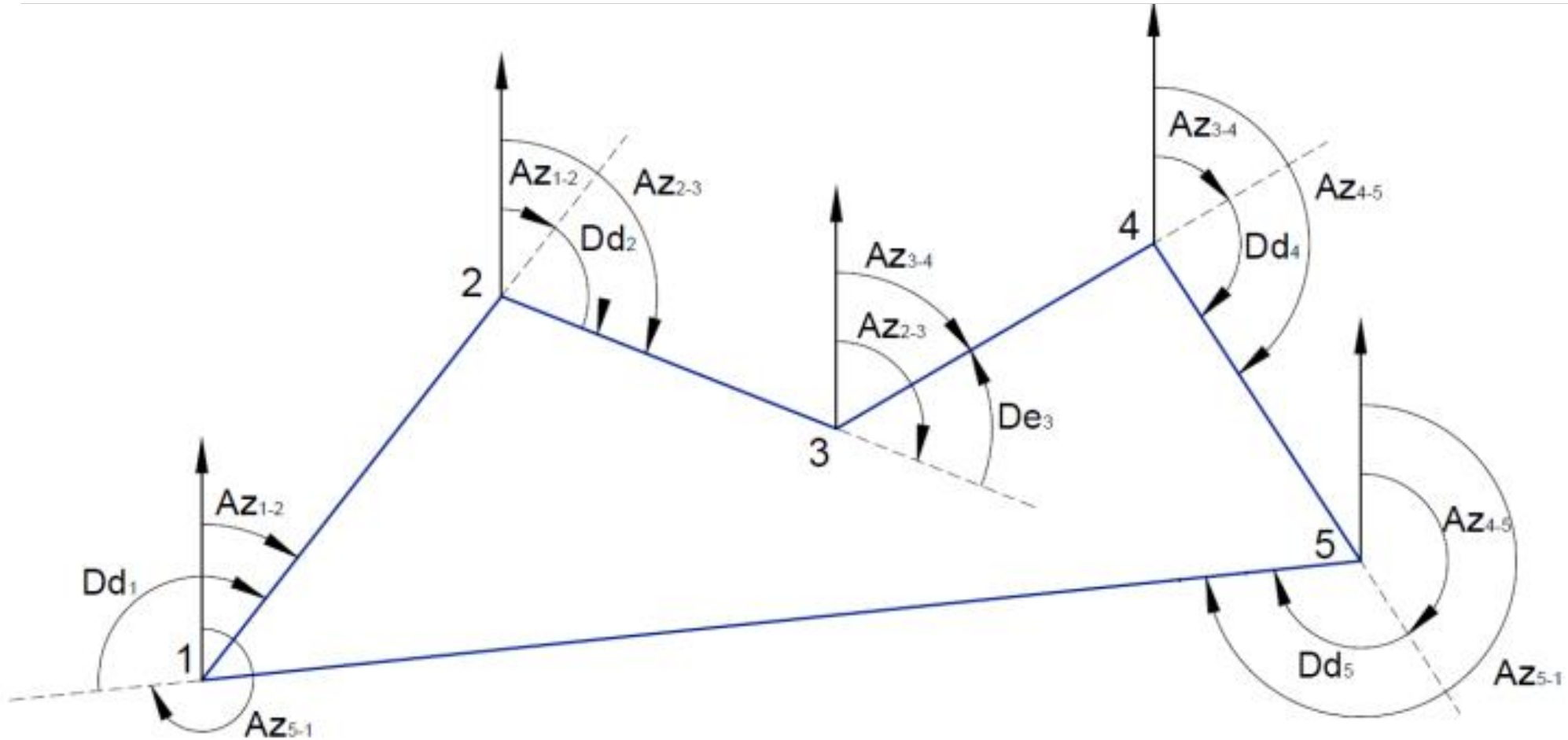
$$R_{NE} = Az$$
$$R_{SE} = 180^\circ - Az$$
$$R_{SO} = Az - 180^\circ$$
$$R_{NO} = 360^\circ - Az$$

Conversão de Rumos em Azimutes:

$$R_{NE}: Az = R$$
$$R_{SE}: Az = 180^\circ - R$$
$$R_{SO}: Az = 180^\circ + R$$
$$R_{NO}: Az = 360^\circ - R$$

Quadrante	Azimute \rightarrow Rumor	Rumor \rightarrow Azimute
I	$R = Az$ (NE)	$Az = R$
II	$R = 180^\circ - Az$ (SE)	$Az = 180^\circ - R$
III	$R = Az - 180^\circ$ (SO)	$Az = R + 180^\circ$
IV	$R = 360^\circ - Az$ (NO)	$Az = 360^\circ - R$

Relação entre azimute e deflexão



Relação entre azimute e deflexão

A relação entre o Azimute e a Deflexão é dada por:

$$AZ = AZ_{\text{Anterior}} \pm \text{Deflexão}$$

Observação: O sinal \pm depende do sentido da deflexão; é positivo para deflexão à direita (Dd) e negativo para deflexão à esquerda (De).